Rzut ukośny

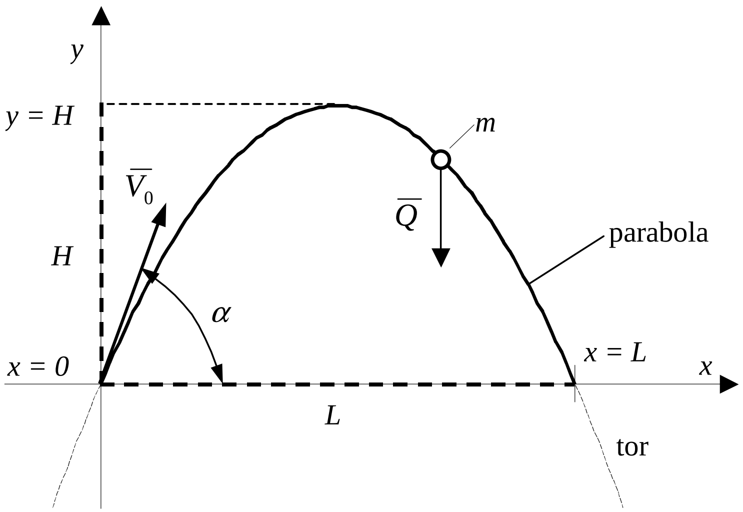
Punkt materialny wyrzucony (wystrzelony) z prędkością początkową $\vec{v}_0$ pod kątem α do poziomu, poruszający się w grawitacyjnym polu sił ($Q = m \cdot q$)

gdzie: m - masa punktu

g - przyspieszenie grawitacyjne (ziemskie)

H - wysokość rzutu

L - zasięg rzutu



Rzut ukośny = ruch jednostajny w kierunku osi x + ruch jednostajnie opóźniony z przyspieszeniem g w kierunku osi y

kierunek osi x:

$$a_x = 0$$

$$v_x = v_{x0} = v_0 \cos\alpha = const$$

$$x = v_0 \cos\alpha \cdot t$$

kierunek osi y:

$$a_y = -g = const$$

$$v_y = v_{y0} - g \cdot t = v_0 \sin\alpha \cdot t$$

$$y = v_{y0} \cdot t - g\frac{t^2}{2} = v_0 \sin\alpha \cdot t - g\frac{t^2}{2}$$

Prof. Edmund Wittbrodt

Tor punktu:

$$y = x(tg\alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} \cdot x)$$ - parabola

Zasięg rzutu: współrzędna $x=L$ miejsca zerowego funkcji toru $y=y(x)$, tj.:

Dla $y=0$, mamy: $x=0$ lub $tg\alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} \cdot x = 0$, skąd: $x = L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$

Wysokość rzutu: współrzędna y, dla $x = \frac{L}{2} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2g}$

$$y = H = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2g} \cdot (tg\alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} \cdot \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2g}) = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

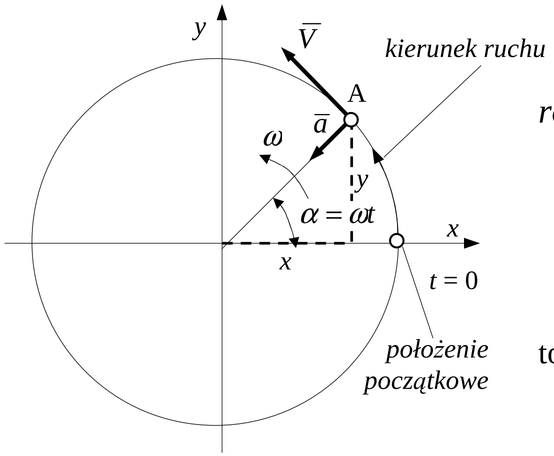
<u>Przykładowa analiza ruchu:</u>

maksymalny zasięg dla $2\alpha = 90^0$, skąd $\alpha = 45^0$; wówczas: $L(\alpha = 45^0) = \frac{v_0^2}{g}$

maksymalna wysokość dla $\alpha = 90^0$ (wyrzut punktu pionowo w górę), dla którego $H = \frac{v_0^2}{2g}$

Ruch po okręgu lub elipsie

<u>*Ruch po okręgu*</u>



równania ruchu:

$$x = r \cdot \cos \omega t$$

$$y = r \cdot \sin \omega t$$

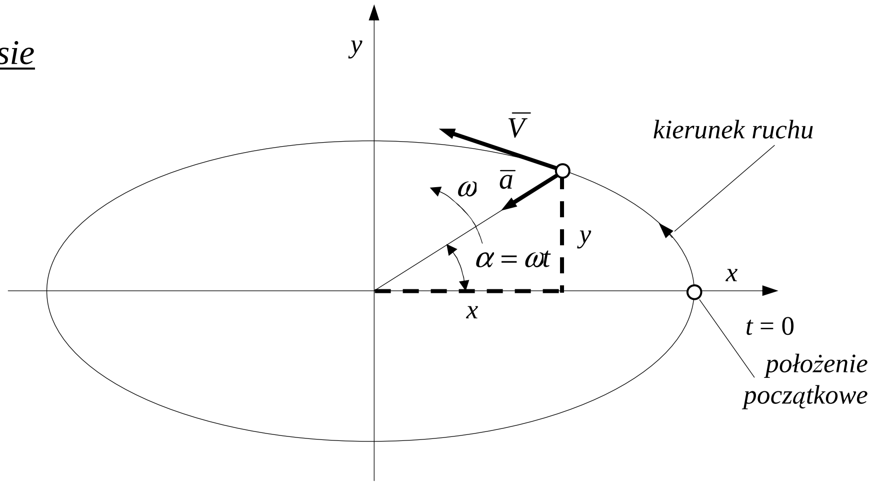
gdzie: r, ω - const

tor: $x^2 + y^2 = r^2$, położenie początkowe: $t = 0$; $x = r, y = 0$

prędkość: $\begin{matrix} v_x = \dot{x} = -r\omega \sin \omega t \\ v_y = \dot{y} = r\omega \cos \omega t \end{matrix}$, stąd $v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} = r\omega = const$

przyspieszenie: $\begin{matrix} a_x = \ddot{x} = -r\omega^2 \cos \omega t \\ a_y = \ddot{y} = -r\omega^2 \sin \omega t \end{matrix}$, stąd $a = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2} = r\omega^2 = const$

Ruch po elipsie



równania ruchu:

$x = b \cdot \cos \omega t$

$y = c \cdot \sin \omega t$

gdzie: b, c, ω - const

tor: $\left(\frac{x}{b}\right)^2 + \left(\frac{y}{c}\right)^2 = 1$, położenie początk.: $t = 0$; $x = b, y = 0$

prędkość: $\begin{aligned} v_x &= \dot{x} = -b\omega \sin \omega t \\ v_y &= \dot{y} = c\omega \cos \omega t \end{aligned}$, stąd $v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} = \omega \sqrt{b^2 \sin^2 \omega t + c^2 \cos^2 \omega t}$

przyspieszenie: $\begin{aligned} a_x &= \ddot{x} = -b\omega^2 \cos \omega t \\ a_y &= \ddot{y} = -c\omega^2 \sin \omega t \end{aligned}$, stąd $a = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2} = \omega^2 \sqrt{b^2 \cos^2 \omega t + c^2 \sin^2 \omega t}$